

Berechnungsmethoden für Schwankungszuschläge im Pricing von RV-Verträge

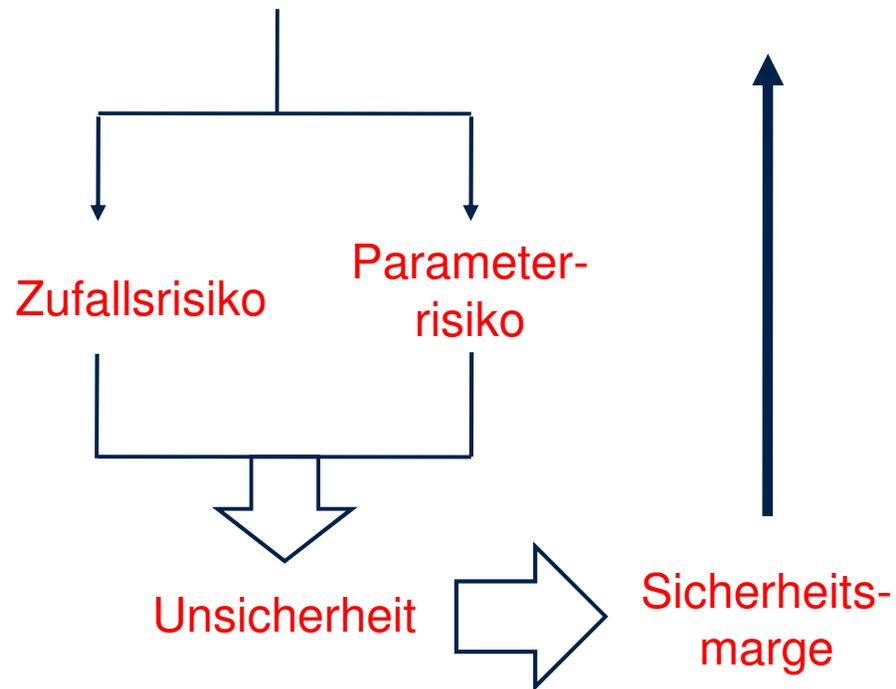


Lorenza Rapetti
SAV Kolloquium
Bern, 19.11.2009

- 🌐 Prämienberechnung
- 🌐 Notwendigkeit des Schwankungzuschlags
- 🌐 Berechnungsmethoden für Schwankungszuschläge
- 🌐 Beispiel
- 🌐 Schwankungszuschläge und Kapitalallokation
- 🌐 Beispiel
- 🌐 Konklusion

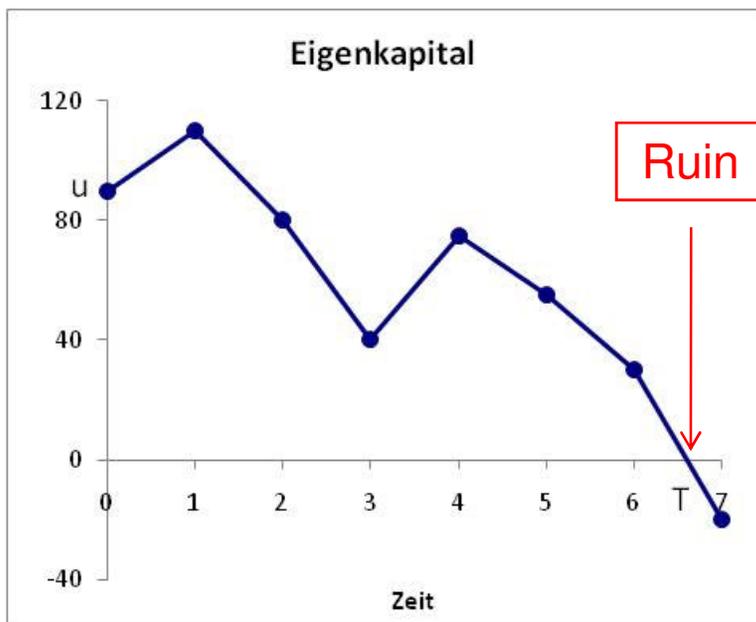
Prämienberechnung

$$\Pi(X) = \text{Risikoprämie } E[X] + \text{Schwankungszuschlag} + \text{Externe Kosten} + \text{Verw.-kosten}$$



Mathematischer Ansatz: Risikotheorie

Ein wichtiger Satz besagt, dass eine Versicherungsunternehmung mit Sicherheit in den technischen Ruin geraten wird, falls die Prämie nur der Risikoprämie entspricht, und zwar unabhängig von der Höhe des Anfangskapitals.



Eigenkapital R zum Zeitpunkt t

$$R_t = R_{t-1} + \Pi_t - X_t$$

Ruinzeitpunkt T

$$T = \inf \{ t \geq 0 : R_t < 0 \}$$

Falls $\Pi_t = E[X_t]$ es gilt

$$P[T < \infty \mid R_0 = u] = 1 \quad \text{für alle } u$$

(Kosten vernachlässigt)

Wirtschaftlicher Ansatz: Kapitalkosten

Eine RV-Gesellschaft soll sicher sein und auch bei einem ungünstigen Schadenverlauf zahlungsfähig bleiben. Dazu braucht sie Eigenkapital u . Da dieses einem Risiko ausgesetzt ist, muss es auch bedient werden mit einer Rendite r grösser als die risikofreie Rendite r_0 .



Der Teil $u(r - r_0)$ muss als Zuschlag in der Prämie eingerechnet werden.

Viele Prämienberechnungsprinzipien haben folgende Form

$$\Pi(X) = E[X] + \lambda \cdot \rho(X) \quad \lambda > 0$$



Risikoprämie



Schwankungszuschlag

(Kosten vernachlässigt)

wobei ρ das Risiko misst.



Klassische Prämienberechnungsprinzipien

	Risiko- prämie	Schwankung- zuschlag	
Erwartungswertprinzip	$\Pi(X_i) = E[X_i]$	$+ \alpha E[X_i]$	$\alpha > 0$
Standardabweichungsprinzip	$\Pi(X_i) = E[X_i]$	$+ \beta \sigma(X_i)$	$\beta > 0$
Varianzprinzip	$\Pi(X_i) = E[X_i]$	$+ \gamma \text{Var}(X_i)$	$\gamma > 0$
Kovarianzprinzip	$\Pi(X_i) = E[X_i]$	$+ \delta \text{Cov}(X_i, S)$	$\delta > 0$

wobei $S = \sum X_i$ das Risiko des Gesamtportefolles des Rückversicherers ist.

Wurzel Risk ROL

$$\Pi(X_i) = E[X_i] + \kappa H_i \sqrt{RROL_i} \quad \kappa > 0$$

wobei H_i die Limite des Vertrags ist, und $RROL$ ist der erwartete Schaden geteilt durch die Limite.

(Kosten vernachlässigt)

Beispiel

	Vertrag 1	Vertrag 2	Vertrag 3	Portfeuille		Vertrag 4		Neues Portfeuille
E[X]	50	50	25	125	(1) 	35		160
Var	400	100	225	725	(2)	289		1014
Stdabw	20	10	15	27		17		32
CV	0.4	0.2	0.6	0.22		0.5		0.20

Ziel Portfeuille Loss Ratio **80%** (3)

Zielprämie auf das Portfeuille 156 (4) $= (1)/(3)$

Zuschlag auf das Portfeuille 31 (5) $= (4)-(1)$

Erwartungswertprinzip α **25%** (6) $= (5)/(1)$

	Vertrag 1	Vertrag 2	Vertrag 3	Portfeuille		Vertrag 4		Neues Portfeuille
E[X]	50	50	25	125		35		160
Zuschlag	12.5	12.5	6.3	31	(7) $= (6)*(1)$	8.8		40
Prämie	62.5	62.5	31.3	156	(8) $= (1)+(7)$	43.8		200
LR	80%	80%	80%	80%	(9) $= (1)/(8)$	80%		80%

Varianzprinzip γ **4%** (10) $= (5)/(2)$

	Vertrag 1	Vertrag 2	Vertrag 3	Portfeuille		Vertrag 4		Neues Portfeuille
E[X]	50	50	25	125		35		160
Zuschlag	17.2	4.3	9.7	31	(11) $= (10)*(2)$	12.5		44
Prämie	67.2	54.3	34.7	156	(12) $= (1)+(11)$	47.5		204
LR	74%	92%	72%	80%	(13) $= (1)/(12)$	74%		79%

Schwankungszuschläge und Kapitalallokation

	Klassische Berechnung	Kapitalallokation
Ausgangslage	Der Vertrag i zahlt eine Prämie	Der Vertrag i bekommt ein Teil des Kapitals der RV-Gesellschaft
Prämie	$\Pi_i = E[X_i] + \lambda \rho(X_i) + \text{Kosten}_i$	$\Pi_i = E[X_i] + u_i (r-r_0) + \text{Kosten}_i$
Profitabilitätsmessung	Combined Ratio	Return on Equity
	$CR_i = \frac{E[X_i] + \text{Kosten}_i}{\Pi_i}$	$ROE_i = \frac{\Pi_i - E[X_i] - \text{Kosten}_i}{u_i} + r_0$
Verknüpfung	Summe aller Schwankungszuschläge = Gesamte Kapitalkosten	

$$\Pi_i = E[X_i] + \underbrace{\lambda^* \rho(X_i)}_{\text{Verteilt gemäss Risiko des Vertrags}} \underbrace{u (r-r_0)}_{\text{Gesamte Kapitalkosten}} + \text{Kosten}_i$$

Verteilt gemäss Risiko des Vertrags Gesamte Kapitalkosten

Beispiel

	Vertrag 1	Vertrag 2	Vertrag 3	Portfeuille
E[X]	50	50	25	125 ⁽¹⁾
Var	400	100	225	725 ⁽²⁾
Stdabw	20	10	15	27
CV	0.4	0.2	0.6	0.22

Ziel Portfeuille Combined Ratio	92%	⁽³⁾
Durchschnittliche Kosten	10%	⁽⁴⁾
Ziel Portfeuille Brutto Loss Ratio	82.3%	⁽⁵⁾ = ⁽³⁾ - ⁽⁴⁾
Ziel Brutto Prämie	152	⁽⁶⁾ = ⁽¹⁾ / ⁽⁵⁾
Ziel Netto Prämie	137	⁽⁷⁾ = ⁽¹⁾ - ⁽⁴⁾ * ⁽⁶⁾

Ziel Rendite auf das Kapital	20%	⁽³⁾
Risikofreie Rendite	3%	⁽⁴⁾
Kapital	68	⁽⁵⁾

Varianzprinzip γ **1.6%** ⁽⁸⁾ =⁽⁷⁾-⁽¹⁾/⁽²⁾

γ^* **0.14%** ⁽⁸⁾ =⁽¹⁾/⁽²⁾

	Vertrag 1	Vertrag 2	Vertrag 3	Portfeuille
E[X]	50	50	25	125
Zuschlag	6.4	1.6	3.6	12 ⁽⁹⁾
Netto Prämie	56.4	51.6	28.6	137 ⁽¹¹⁾ = ⁽¹⁾ + ⁽¹⁰⁾
Kosten	10%	10%	10%	10% ⁽¹²⁾
Brutto Prämie	63	57	32	152 ⁽¹³⁾ = ⁽¹¹⁾ / ⁽¹⁻¹²⁾
LR	80%	87%	79%	82% ⁽¹⁴⁾ = ⁽¹⁾ / ⁽¹³⁾
CR	90%	97%	89%	92% ⁽¹⁵⁾ = ⁽¹⁴⁾ + ⁽¹²⁾
	-	-	-	-

	Vertrag 1	Vertrag 2	Vertrag 3	Portfeuille
E[X]	50	50	25	125
Kapital	38	9	21	68 ⁽⁹⁾ = ⁽⁸⁾ * ⁽²⁾ * ⁽⁵⁾
Zuschlag	6.4	1.6	3.6	12 ⁽¹⁰⁾ = ⁽⁹⁾ * ⁽³⁾ - ⁽⁴⁾
Netto Prämie	56.4	51.6	28.6	137 ⁽¹¹⁾ = ⁽¹⁾ + ⁽¹⁰⁾
Kosten	10%	10%	10%	10% ⁽¹²⁾
Brutto Prämie	63	57	32	152 ⁽¹³⁾ = ⁽¹¹⁾ / ⁽¹⁻¹²⁾
LR	80%	87%	79%	82% ⁽¹⁴⁾ = ⁽¹⁾ / ⁽¹³⁾
CR	90%	97%	89%	92% ⁽¹⁵⁾ = ⁽¹⁴⁾ + ⁽¹²⁾
ROE	20%	20%	20%	20% ⁽¹⁶⁾ = ⁽¹³⁾ * ⁽¹⁻¹⁵⁾ / ⁽⁹⁾ + ⁽⁵⁾

Wo liegt der Vorteil der Kapitalallokationsmethode?



Vorteile der Kapitalallokation

- 🌐 Die gesamte Kapitalkosten werden direkt auf die Verträge verteilt.
- 🌐 Der ROE ist ein risikoadjustierte Performance Mass, d.h. er ermöglicht den Vergleich zwischen Verträgen und Sparten.

Beispiel – Fortsetzung

Die bezahlten Prämien für die Verträge weisen Abweichungen von den Zielprämien auf.

	Vertrag 1	Vertrag 2	Vertrag 3	Portfeuille
Bezahlte Prämie	59	59	32	149
CR	95%	95%	89%	94%
ROE	10%	32%	20%	16%

Die unterschiedliche Profitabilität ist deutlich zu sehen im ROE, während die CR alleine nicht aussagekräftig ist.